



Práctica 5
Límites y Continuidad

1. Determine el valor del límite dado (evalúe).

$$a) \lim_{x \rightarrow 3} (x - 5)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -1} (1 - 2x)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 2x - 1)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -2} (x^2 + 2x - 1)$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - 2x}{\sqrt{3x + 21}}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{1 - 2x}}{(3x + 2)^3}$$

2. Determine el límite indicado (primero simplifique)

$$a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 + 4x - 21}{x + 7}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 4x^2 + x + 6}{x + 1}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + 2x^3 - x^2}{x^2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow -t} \frac{x^2 - t^2}{x + t}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{(x + 4)(x - 2)^2}}{(3x - 6)^2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{(x - 7)^3}}{x - 7}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^4 - 18x^2 + 81}{(x - 3)^2}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x + 4)(2x - 2)^3}{(x - 1)^2}$$

3. Bosqueje la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} -x, & \text{si } x < 0 \\ x, & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ 1 + x, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Ahora responda las siguientes preguntas:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$d) f(1)$$

4. Bosqueje la gráfica de

$$f(x) = \begin{cases} -x + 1, & \text{si } x < 1 \\ x - 1, & \text{si } 1 < x < 2 \\ 5 - x^2, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

Ahora responda las siguientes preguntas:

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$d) f(1)$$

5. Determine cada uno de los siguientes límites o establezca que no existen

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x - 1|}{x - 1}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - |x - 1| - 1}{|x - 1|}$$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{1}{x-1} - \frac{1}{|x-1|} \right]$

6. Calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^3 + 4x^2 - 19x + 14}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$

c) $\lim_{u \rightarrow -2} \frac{u^2 - ux + 2u - 2x}{u^2 - u - 6}$

d) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{2x^2 - 6x\pi + 4\pi^2}{x^2 - \pi^2}$

e) $\lim_{u \rightarrow -2} \frac{(u+2)(u^2 - u - 6)}{u^2 + 4u + 4}$

7. Calcule los siguientes límites (divida entre la mayor potencia cuando sea conveniente):

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-5}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 8x + 15}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - x^2}{\pi x^3 - 5x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3\sqrt{x^3} + 3x}{\sqrt{2x^3}}$

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[3]{\frac{1+8x^2}{x^2+4}}$

8. Encuentre las asíntotas horizontales (si existen) y utilícelas para hacer un bosquejo de su gráfica.

a) $f(x) = \frac{3}{x+1}$

b) $f(x) = \frac{3}{9-x^2}$

c) $f(x) = \frac{14}{2x^2+7}$

d) $f(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$

9. Establezca si la función dada es continua en $x = 3$:

a) $f(x) = \frac{3}{x-3}$

b) $f(x) = \frac{|x-3|}{x-3}$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x-3}$

d) $f(x) = \frac{21-7x}{x-3}$

e) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-27}{x-3}, & \text{si } x \neq 3 \\ 27, & \text{si } x = 3 \end{cases}$

f) $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-27}{x-3}, & \text{si } x \neq 3 \\ 23, & \text{si } x = 3 \end{cases}$

g) $f(x) = \begin{cases} x-3, & \text{si } x \leq 3 \\ 3-x, & \text{si } x > 3 \end{cases}$

h) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 9, & \text{si } x \leq 3 \\ (3-x)^2, & \text{si } x > 3 \end{cases}$

10. ¿En qué puntos, si los hay, las funciones son discontinuas?

a) $f(x) = \frac{3x+7}{(x-30)(x-\pi)}$

b) $f(x) = \frac{2x+7}{\sqrt{x+5}}$

c) $f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x < 0 \\ x^2, & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{si } x < 0 \\ -x, & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ x, & \text{si } x > 1 \end{cases}$

e) $f(x) = [x]$, La parte entera de x .

f) $f(x) = [x + \frac{1}{2}]$

11. Determine el límite indicado (primero simplifique)

a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{-x} + x}{x+1}$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - x + 1}{x^2 + x - 12}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{6 - 3\sqrt{x+2}}$

$$d) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sqrt{10 - x} - 3}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 16} - 4}{x^2}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - \sqrt{6 - x}}{x - 2}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{15 + x} - \sqrt{17 - x}}{\sqrt{3 + x} - 2}$$

$$i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{10 - x} - \sqrt{8 + x}}{x^3 - 1}$$

$$j) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{25 - x} - \sqrt{x^2 + x + 25}}{x^2 + 2x}$$

12. Calcule los siguientes límites (divida entre la mayor potencia cuando sea conveniente):

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x + 1}}{x + 4}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{2x^2 + 3} - \sqrt{2x^2 - 5} \right]$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\sqrt{x^2 + 2x} - x \right]$$

$$d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8 - \sqrt[3]{x}}{2 + x}$$

$$e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{x - x\sqrt{x}}$$

$$f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^4 + x + 2}}{\sqrt[4]{x^5 + 3x + 2}}$$

$$g) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{x^2 + x + 1}}{\sqrt[4]{x^2 + 1}}$$

$$h) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[5]{x^3 + 3x^2 + x + 1}}{\sqrt[5]{x^2 + 4x + 7}}$$